

## ОТЗЫВ

официального оппонента Зверкиной Галины Александровны на диссертационную работу Андрианова Александра Львовича "Зарождение и ранняя история линейного программирования", представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 07.00.10 – «История науки и техники» (физико-математические науки).

Диссертационная работа А.Л.Андрианова посвящена истории возникновения и развития линейного программирования в 1930–60-е гг. и влияния этого процесса на развитие математического знания. Это, в основном, работы математиков СССР и США: Л.В.Канторовича, Дж.Б.Данцига и Дж. фон Неймана, и их последователей. Тема исследования чрезвычайно интересна, поскольку бурное развитие линейного программирования в XX-м веке существенно повлияло и на экономику, и на математику, и на представления о месте математического знания в современном мире. Сложность задачи, поставленной перед собой автором диссертационного исследования, заключается в том, что со времени создания линейного программирования и, практически, завершения основного этапа его развития, прошло совсем немного времени. Это не даёт возможности окончательно оценить масштабы развития изучаемой области человеческого знания, поскольку неизвестно, к каким результатам, связанным с задачами линейного программирования и смежными проблемами, придут современные математики и математики будущего. Тем не менее, автор справился с поставленной им сложной задачей, и представил, видимо, впервые, достаточно полное и всестороннее описание и анализ зарождения и развития методов линейного программирования и смежных направлений развития математики.

Диссертация содержит 215 страниц (Введение, пять глав, Заключение, Библиография, Список сокращений и условных обозначений, Список литературы, Список сокращений и условных обозначений, Список литературы) и приложения: Приложение 1. Список имен, встречающихся в тексте; Приложение 2. Некоторые математические сведения; Приложение 3. Минимум положительно определенных квадратичных форм; Приложение 4. Теорема Каруша–Куна–Таккера; Приложение 5. Двойственность в выпуклом программировании; Приложение 6. Задача линейного программирования; Приложение 7. Принцип Лагранжа для гладких задач с ограничениями типа равенств и неравенств; Приложение 8. Развитие идей Хачияна; Приложение 9. Экономическая интерпретация линейного программирования; Приложение 10. Интервью, взятое Андриановым у академика А.Г. Аганбегяна.

**В первой главе** исследуются предпосылки создания линейного программирования. Показано, что задачи, аналогичные задачам линейного программирования, возникали и ранее, они восходят к исследованиям Ж.Лагранжа, Ж.Б.Фурье и др. Вопросы оптимизации линейного функционала на выпуклом многограннике, задающемся системой линейных неравенств, имеют связь с рядом геометрических задач и задач о выпуклых множествах; здесь же показанная связь решения задачи линейного программирования и двойственной задачи. Показано, как создание линейного программирования связано с предшествующими ему математическими интересами Л.В.Канторовича.

**Во второй главе** исследуются работы Л.В.Канторовича в довоенные годы. Исследованы экономические проблемы, интересовавшие Л.В.Канторовича, и те задачи линейного программирования, которые были им сформулированы, решены, и как им были интерпретированы решения, в т.ч. разрешающие множители. Показана связь решавшихся Л.В.Канторовичем задач с задачами оптимального управления, которыми активно занимались позднее другие советские математики. Доказано, что к принципам линейного программирования зарубежные исследователи пришли позднее, и независимо от работ

Л.В.Канторовича. Также показано, как Л.В.Канторович пришёл к достаточно общему решению транспортной задачи, сформулированной Г.Монжем.

**В третьей главе** исследуются последующие работы Л.В.Канторовича. В первую очередь это – решение разного рода частных задач оптимизации, сводящихся к задачам линейного программирования, а также исследования по функциональному анализу, и окончательное полное решение задачи Г.Монжа и её обобщений на произвольных метрических пространствах.

**Четвёртая глава** посвящена достижениям Дж.Данцига в независимом от работ Л.В.Канторовича создании линейного программирования и симплекс-метода. Кроме биографии Дж.Данцига и обзора его научной деятельности, автор диссертационного исследования показывает связь исследований Дж.Данцига с работами его предшественников и экономическими работами В.В.Леонтьева. Показано влияние на работы Дж.Данцига по развитию симплекс-метода его практической деятельности в оптимизации задач снабжения военных соединений США.

**Пятая глава** содержит информацию о дальнейшем развитии линейного программирования и смежных дисциплин. В частности, в ней обсуждаются вопросы эффективности различных алгоритмов оптимизации, в т.ч. в задачах нелинейной (выпуклой) оптимизации. Проанализированы исследования в области выпуклого анализа, а также связь задач линейного программирования с вопросами теории игр и другими задачами исследования операций.

**В Заключении** подводятся итоги проведенного исследования и формулируются полученные выводы.

В целом представленная диссертационная работа представляет собой законченное научное исследование, хорошо структурированное, последовательно изложенное, и снабжённое соответствующим математическим аппаратом.

Все выводы диссертационной работы обоснованы.

Представляется, что эта работа является значительным шагом в исследовании недавнего прошлого математики, а именно математики XX-го века.

Однако следует отметить некоторые недостатки работы.

В работе имеется довольно много опечаток, грамматических и стилистических неточностей; работа не «вычитана» автором перед представлением её в диссертационный совет. Отсутствие или неправильное употребление знаков препинания существенно усложняет чтение текста: иногда для понимания смысла фразы приходится перечитывать эту фразу и её окружение несколько раз. Большое количество аббревиатур, конечно, сокращает объём текста, но также тормозит чтение.

Также в работе имеется довольно много англицизмов, которые вызывают подозрения в неаккуратном использовании автоматических переводчиков.

Приведу некоторые примеры (выделено курсивом мной, поправки заключены в угловые скобки):

Некоторые из замеченных опечаток:

- «17 основных трудов Канторовича *экономикой* тематики» (С.5)
- «Существуют обширные источники по исследуемому вопросу, однако, в *большинстве* из них не стали объектом исторического анализа»... (С.4).
- «3. Крупные достижения и быстрое развитие <в США?> ЛП в 1930-60-ые гг. были обусловлены:» (С.10)
- «теории вероятности [243]» (С.13) вместо «теории *вероятностей* [243]»;
- «абсолютную *величина*» (С.14);
- «на современном языком» (С.21)
- «доказав (впервые в печатном виде)» – ??? (С.22)
- «к этой искусственной задачи» (С.29)
- С.30: чередуются термины «*I-rank*» и «*I-ранг*» (С.30)

- «теорема (носящую теперь их имена)» (С.125)
- «В 1936 г. Данциг получил <звание?> бакалавра математики и физики» (С.96)
- «ресурс на долго вперед» (С.105)
- «Для выпуклых задачах» (С.120)
- «Монгенштерн» (С.124)
- «полую эквивалентность» (С.128)
- «эллипсоид ..., содержащим» (С.136)
- «Его реальную эффективность продемонстрирована» (С.144)
- «Алгоритма же Кармаркара» (С.143)
- «Премия Тысячелетия (Millennium Prize) в \$1млн, учрежденный...» (С.146)
- «свих применений» (С.197)
- «не произвольные выпуклые функции, а линейны,» (С.195)
- «для Канторовича наибольшее важны» (С.148)
- Этот список может быть продолжен.

Как уже говорилось, большое количество аббревиатур усложняют чтение текста, а некоторые из них (P, NP, NPC и co-NPC) отсутствуют в списке сокращений.

Например, (С.100) фразы «*ТИ уже была включена в ТВ и ТЛН и понимание этой связи с ТИ дало путь к открытию ТД ЛП.*» или «*Главным прорывом стала ТД ЛП. Связи ЛП и ТИ снабдили плановую задачу ВВС математической теорией, превратив из прикладной проблемы в ядро новой области математики на стыке СЛН, ВА и ТИ (это расширило предмет ЛП и показало направление развития [293]), что привлекло других математиков и сыграло большую роль в развитии ЛП и НЛП.*» (С.127) требуют определённых усилий для понимания, о чём в них говорится.

Кроме того, автор допускает много несогласованных предложений и групп предложений, ряд фраз и/или их частей из-за этого мало понятны; часто в них отсутствуют необходимые для понимания слова. Автор часто употребляет местоимения он, они, ему, и пр., при этом не всегда понятно, к какому именно персонажу относятся эти местоимения. Вот несколько примеров.

- «традиции и принципы Петербургской–Ленинградской математической школы, ярким представителем которой явился Канторович, для которой характерна практическая направленность исследований, базирующихся на мощном теоретическом фундаменте» (С.10)
- «их отношение длин <равно?> t:1 » (С.21)
- «Для этого он ввел терминологию <какую??>» (С.29)
- «работали над ТСЛН не ради каких-то приложений в или во вне чистой математики» – ??? (С.32)
- «Большинство результатов получены, не обращаясь к <теории> выпуклости» (С.34)
- «сформулированные в терминах <теории> выпуклости» С.34
- «числа перемен знаков коэффициентов – k.» Здесь «–» – это знак вычитания? (С.35-36)
- «что было его главной областью <интересов?>» (С.37); там же: «теорема в его виде» «утверждений, одно из которых – аналогично Гордану»
- «Так<,» в Стэнфорде Данциг выпустил 41-го докторанта по крупномасштабному ЛП,...» (С.114-115) – в соответствии с правилами русского языка получается, что Данциг выпустил сорок первого докторанта, а прежние сорок были обучены ранее. Кроме того, видимо, имеется в виду Ph.D., а не докторантура в российском понимании?
- Что интересно, относительно «существования» они <кто они?> написали...» (С.127)
- «Шло развитие области,» (С.134) – области чего?

- «он стал лауреатом огромного числа премий» (С.136). Огромное число – это сколько?
- «можно построить алгоритм <чего?> и с его...» (С.138)
- «В результате в историю данный алгоритм вошел под названием метод Немировского–Юдина–Шора, что иллюстрирует одну из характерных черт науки XX в. в СССР. Очень многие ученые получали совместные премии.» (С.138) – скорее всего, автор имеет в виду то, что многие учёные почти одновременно и независимо друг от друга получали сходные результаты.
- «в США в сборнике трудов недавно сформированного Симпозиуме по теории вычислений Ассоциацией вычислительной техники вышла статья Кука [173].» (С.145)
- «После того, как Л.А. Левин познакомился на одной из конференций с Владимиром Михайловичем Тихомировым, который был близкий друг А.Ю. Левина, Л.А. Левин написал ему <кому из двух?> очень трогательное письмо» (С.147))
- «с 1970 г. был в редакторских коллегиях 22 журналов» (С.114) – следует понимать, что именно в 1970 г. Данциг пришёл в редакции этих журналов? Или же он к 1970 г. был их редактором?
- «...поступил в ВВС США, где создал систему для доклада данных боевыми единицами.» (С.97). Что создано, непонятно. И, видимо, поступил не в ВВС США, а стал гражданским служащим ВВС США?
- «Данциг лично имел более пятидесяти учеников.» (С.95) – имеется в виду, подготовил их к Ph.D.?

Некоторые фразы текста очень длинные (8-10 строк) и труднопонимаемы (См, например, 2-й абзац раздела 5.2.

Как уже говорилось, в тексте довольно много англицизмов, например, написание с заглавной буквы слов «Мир», «Холодная война», «Компьютерный век», «Западный», «Метод». Кроме того, автор использует «докторантура» вместо «аспирантура», «военные силы США» вместо «вооружённые силы США», «проблема» вместо «задача» и проч.. Приведу некоторые примеры.

- «приложения результата к «infinitesimale» системе» (С.17)
- «оба заявления <утверждения?> он доказал в [326]» (С.22)
- «хоть одна» вместо «хотя бы одна» (С.22)
- « $n$  направлений <векторов?>  $0a_1, \dots, 0a_n$  линейно независимы» (С.25)
- «Более маленький объём» (С.137)
- «верхние ограничения» вместо «границ сверху» (С.105 и др.)
- «входные условия» (С.139)
- «система совместимая» (С.140), ограничения совместимы (С.131)
- «Худшая граница» (С.141)

Также автор часто утверждает, что тот или иной учёный знал некоторый факт, но не сообщал об этом. Столь безапелляционное высказывание или должно быть подтверждено документами, или высказываться как предположение.

В некоторых формулировках отсутствуют или неясны определения используемых обозначений (например, «квазивыпуклый», «надграфик», «линейная программа», «инцидентный»). Некоторые математические факты, требующие пояснения, таковых пояснений не имеют. Конечно, для узких специалистов многие термины понятны, но работа по истории математики предполагает достаточно широкий круг читателей, а предложенная автором тема может заинтересовать не только «чистых» математиков, но и инженеров, и экономистов. Примеры:

- «полная работа  $Pdp + Qdq + Rdr + \dots \leq 0$  для любого возможного перемещения, где  $P, Q, R, \dots$  – приложенные силы, действующие на систему;  $L, M, \dots$  – ограничения.» Что это за ограничения, непонятно. (С.15)

- «Ещё Фаркаш установил, что любой полиэдральный конус *конечно порожден*.» (С.18) Не дано определение конечной порождённости; – отметим здесь наличие «ё» в первом слове и отсутствие в последнем; если автор решил использовать «ё» не только в написании имён и фамилий, то желательно делать это везде.
- «*параллелотоп*» – что это такое? (С.19)
- «длины кривой ... как пределов длины *многоугольников* <ломанных?>» (С.24). Или речь идёт о замкнутой кривой?
- «*ds-операция Хаусдорфа*» (С.49)
- На С.117 автор забывает указывать в формулировке ЗЛП неравенство  $b \geq 0$ .
- «На каждом шаге объем эллипсоидов в последовательности  $\{E_0, E_1, E_2, \dots\}$  будет уменьшаться в зависимости от размерности пространства в <тут формула> раз для любого натурального  $k \geq 2$ .» Из текста непонятно, какое отношение  $k$  имеет к  $\{E_0, E_1, E_2, \dots\}$  (С.137)
- «относится к классу *NPC* (*NP*-полных), <задача?>» (С.145)
- «метод решения с оптимальным временем <чего?>» (С.145)
- В Теореме Хана-Банаха-Канторовича используется *калибровочная* функция, которая определяется несколькими страницами ниже. (С.193)
- На С.192 используется неопределённое ранее понятие отделимости.
- В Приложении 6. есть ссылка на  $S(y)$  из Приложения 4. В Приложении 4 такой функции нет. (С.195)

Кроме того, в ряде изложенных математических фактов обнаружены незначительные недочёты.

- «существование целых  $\{x_i\}: f(x) < (4/3)(n-1)/2\sqrt{Dn}$ » (С.18) –  $x$  или  $x_i$ ?
- «Гаусс предложил для  $f(x, y) = ax^2 + 2bxy + cy^2$  с матрицей  $Q$  – что такое матрица  $Q$ ?» (С.19)
- «НДУ существования и не существования решения СЛН  $Au \geq 0$ » – наличие НДУ существования решения автоматически даёт НДУ несуществования решения (С.33 и далее)
- «можно вписать в симплекс же, причем так, чтобы отношение площадей <чего?> было меньше единицы» (С.147)
- В достаточно обширном разделе 1.5, посвящённом исследованиям Г. Минковского, отсутствуют необходимые для понимания определения и ни одна теорема строго не сформулирована; текст представляет собой некое описание, касающееся мутно описанных объектов.
- С. 87 – в двух соседних абзацах буквами  $U_x$  и  $U(x)$  обозначены разные объекты, что может вызвать непонимание читателя. Кроме того, содержимое пункта 2 определения « $U(y) - U(x) = r(x, y)$ , если  $x \rightarrow y$ .» вызывает сомнения.

В тексте очень много высокопарных выражений типа «провозглашает», «кардинальная важность», «великий ажиотаж», «неслыханно известен», «светлая интуиция», просторечных выражений, а иногда просто непонятных фраз, например

- «три этапа творчества Минковского, различающиеся фокусом исследования» (С.18)
- «Сразу после английской публикации их работ к ним пришла слава.» (С.143)
- Представляется, что «новая парадигма» и «математическая парадигма» (С.113-114) несколько преувеличивают значение результатов создателей ЛП.

В Приложении 1 (С.182 и далее) приведены как русские, так и международные варианты написания лишь немногих фамилий отечественных учёных, хотя такие учёные, как А.Д.Александров или А.М.Вершик широко известны за рубежом.

Отмечу также следующую неточность. «Им читали математическую экономику Канторович, Залгаллер, Рубинштейн, Гавурин, а также И.А. Ибрагимов, И.В. Романовский, А.А. Корбут и Л.И. Горьков.» (С.91) – сомневаюсь, что Ильдар Абдуллович Ибрагимов читал курс именно математической экономики.

Указанные недостатки не снижают ценность работы, тем более, что основные результаты работы являются новыми, не освещались в отечественной литературе и важны для дальнейших исследований по истории науки XX-го века.

В целом, считаю, что работа Андрианова А.Л. выполнена на высоком научном уровне, и представляет собой самостоятельное законченное исследование, в котором содержится решение важной научной задачи, связанной с анализом истории возникновения и последующего становления и развития линейного программирования в 1930–60-е гг. и влияния этого процесса на теоретические и прикладные разработки того времени. Хочется отметить то, что автор исследовал историю развития и возникновения линейного программирования в сопоставлении результатов отечественных и зарубежных учёных, работавших практически независимо.

Важным дополнением к тексту диссертации является сделанное автором интервью с академиком А.Г. Аганбегяном.

Критический анализ диссертации Андрианова А.Л. позволяет сделать заключение о высоком теоретическом уровне и практической значимости полученных в ней результатов и сделанных выводов. Работа обладает чёткой структурой, материал подаётся автором в логической последовательности, продиктованной поставленной целью и раскрывающими её задачами. Диссертация широко использует малоизвестные в отечественной историко-математической литературе зарубежные исследования и оригинальные публикации.

Математический аппарат используется автором корректно.

Автореферат диссертации и публикации по ней полностью отражают научную новизну и содержание работы. Диссертация выполнена в соответствии с требованиями п.8 «Положения о порядке присуждения ученых степеней», а ее автор, Андрианов Александр Львович, заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 07.00.10 – «История науки и техники» (физико-математические науки).

Доцент кафедры «Прикладная математика – 1»  
федерального государственного бюджетного  
образовательного учреждения высшего  
образования «Российский университет  
транспорта (МИИТ)», к.ф.-м.н., доцент

Зверкина Галина Александровна

127994, ГСП-4, г. Москва, ул. Образцова, д. 9, стр. 9  
Тел.: +7(495)6842309  
E-mail: zverkina@gmail.com